

I-190 - DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE SISTEMAS ADUTORES DE ÁGUA VIA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

José Eloim Silva de Macêdo⁽¹⁾

Engenheiro Civil pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Mestrando em Engenharia Civil e Ambiental pela Universidade Federal de Pernambuco.

Saulo de Tarso Marques Bezerra

Engenheiro Civil pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Mestre em Engenharia Civil e Ambiental pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) e Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba. Professor da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Guilherme Teotônio Leite Santos

Engenheiro Civil pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Mestrando em Engenharia Civil e Ambiental pela Universidade Federal de Pernambuco.

Endereço⁽¹⁾: Rua Manoel Araújo da Silva, 31 - Tancredo Neves - Belo Jardim - PE - CEP: 55150-520 - Brasil
- Tel: (81) 9-9677-0645 - e-mail: eloim.macedo@ufpe.com.br

RESUMO

Projetistas e pesquisadores têm-se voltado a estudos na área otimização de sistemas de recursos hídricos e saneamento, devido aos altos custos de implantação e operação envolvidos nos projetos. O dimensionamento ótimo é, geralmente, um problema matematicamente indeterminado, que admite inúmeras soluções. Os algoritmos evolucionários, que são técnicas numéricas de otimização inspiradas na natureza, vêm se mostrando uma boa alternativa. Dentre os diversos algoritmos evolucionários, adotou-se o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (em inglês, *Particle Swarm Optimization* - PSO) que apresenta, relativamente, menor complexidade computacional, e está se mostrando bastante eficiente na otimização de sistemas de distribuição de água. Nesse trabalho, a utilização do método PSO atingiu o objetivo esperado na obtenção do menor custo total (implantação + energia) para a implantação de sistemas adutores, apresentando precisão e dinamismo na busca de um dimensionamento ótimo.

PALAVRAS-CHAVE: Abastecimento de água, Algoritmos Evolucionários, PSO, Otimização de Adutoras.

INTRODUÇÃO

A otimização de sistemas de distribuição de água tem recebido atenção especial de projetistas e pesquisadores da área de recursos hídricos e saneamento devido aos altos custos de implantação e operação daqueles. O dimensionamento ótimo de redes hidráulicas é um problema matematicamente indeterminado que admite inúmeras soluções. Não existe um método de otimização que resolva eficientemente todos os tipos de problemas, e é por isso que, ao longo do tempo, pesquisadores têm desenvolvido várias técnicas de busca que adotam algoritmos matemáticos diferentes.

Os primeiros métodos propostos se restringiam à escolha dos diâmetros da rede hidráulica que proporcionassem o equilíbrio hidráulico do escoamento nas malhas do sistema (BEZERRA *et al.*, 2009). No final da década de sessenta, a consolidação da microinformática em centros de pesquisa permitiu o desenvolvimento de técnicas direcionadas ao dimensionamento de redes hidráulicas. Os primeiros algoritmos de otimização empregados eram baseados em técnicas de programação linear (KARMELI *et al.*, 1968), programação não-linear e programação dinâmica (LIANG, 1971).

Os anos oitenta do século passado marcaram o surgimento dos métodos heurísticos. A palavra “heurística” deriva do grego *heuriskein*, que significa “encontrar” ou “descobrir”. As chamadas técnicas heurísticas de otimização, geralmente, propõem modelos probabilísticos para encontrar a solução ótima de uma função a partir da observação de fenômenos naturais. Esses métodos não fornecem garantias de que a solução obtida é a melhor possível entre as existentes, porém convergem para uma solução muito próxima ao ótimo global (MEDEIROS e KRIPKA, 2012).

A classe de algoritmos heurísticos baseada na inteligência coletiva proveniente do estudo da sociedade de certos animais, denominada *Swarm Intelligence*, vem apresentando bons resultados para o dimensionamento de sistemas de distribuição de água, se destacando em pesquisas recentes. Entretanto, a maioria das aplicações destes métodos considera apenas a obtenção do custo mínimo na definição de seus parâmetros, que são ajustados por “tentativa e erro”. As pesquisas buscam a “melhor” solução de custo mínimo, mas não se aprofundam em outros aspectos, tais como o impacto do ajuste de parâmetros nas soluções finais, e o tempo computacional. A partir dos pressupostos citados, destaca-se que o desenvolvimento destes modelos se encontra na fronteira da ciência, pois alguns questionamentos ainda não foram plenamente respondidos pela comunidade científica.

OBJETIVO GERAL

Este projeto de pesquisa objetiva o desenvolvimento de um modelo, baseado na técnica de Otimização por Enxame de Partículas, para o dimensionamento ótimo de instalações de recalque de água.

METODOLOGIA UTILIZADA

A técnica de Otimização por Enxame de Partículas foi aplicada ao problema de otimização de sistemas adutores de água considerando dois objetivos: a minimização do custo de implantação e a minimização do custo energético. Desde modo, as variáveis de decisão são o(s) diâmetro(s) e os dados do conjunto motor-bomba.

Há diversos métodos de dimensionamento ótimo de sistemas de recalque e distribuição de água presentes na literatura. Com o advento de novas ferramentas metodológicas, principalmente nas áreas de pesquisa operacional, têm-se aplicado a estes problemas métodos heurísticos baseados em técnicas evolutivas. O algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (em inglês, *Particle Swarm Optimization* - PSO) foi escolhido entre os heurísticos por apresentar, relativamente, menor complexidade computacional. O termo complexidade computacional refere-se aos requerimentos de recursos necessários para que o algoritmo possa resolver um problema sob o ponto de vista computacional, ou seja, a quantidade de trabalho despendido pelo algoritmo, onde, podemos citar a ausência de derivações de funções (TOSCANI e VELOSO, 2001).

CUSTO TOTAL DE DIMENSIONAMENTO

O custo total de um sistema de recalque é composto de duas partes distintas: uma referente ao custo de implantação do sistema, e a outra se refere aos custos operacionais, que, em grande parte, corresponde à energia gasta pela instalação de bombeamento para recalcar a vazão de projeto.

O custo de implantação da tubulação de recalque é expresso pela expressão matemática que melhor relaciona o custo de implantação (que inclui o custo dos tubos, das peças de conexão, do conjunto motor-bomba, e as despesas com escavação e montagem) com o diâmetro interno do tubo. Considerando que esta relação é linear, o cálculo é realizado pela Equação 1.

$$C_{\text{instalação}} = \lambda D L \quad \text{equação (1)}$$

Onde $C_{\text{instalação}}$ é custo de implantação do sistema, em \$; λ é o custo de implantação do tubo, por metro de comprimento, e por metro de diâmetro ($\$.m^{-1}.m^{-1}$), D é o diâmetro interno do tubo, em m; e L é o comprimento do tubo, em m.

O custo anual com energia (Equação 2) é obtido mediante o produto da potência requerida, pelo número anual de horas de bombeamento e pelo custo unitário da energia.

$$C_{\text{energia}} = \frac{9,81(H_g + h_f)n_b \cdot p}{\eta} \quad \text{equação (2)}$$

Onde C_{energia} é o custo anual com energia elétrica, altura geométrica, em m; h_f é a perda de carga, em m; n_b é o número anual de horas de bombeamento; p é o preço do kWh; e η é o rendimento esperado do conjunto motor-bomba.

O rendimento pode ser expresso pela Equação 3, com a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são constantes do conjunto motor bomba.

$$\eta = a_1 + a_2 \cdot Q + a_3 \cdot Q^2 + a_4 \cdot Q^3 \quad \text{equação (3)}$$

As perdas de carga totais na instalação podem ser expressas pela equação universal de Darcy-Weisbach (Equação 4). A variável de perdas “ β ” é calculada pela Equação 5.

$$h_f = \beta L \frac{Q^2}{D^5} \quad \text{equação (4)}$$

$$\beta = \frac{8}{g\pi^2} \left(f + \frac{(\Sigma K)D}{L} \right) \quad \text{equação (5)}$$

Onde f é coeficiente de atrito do tubo; ΣK é o somatório dos coeficientes K de perdas localizadas; Q é a vazão em $m^3 \cdot s^{-1}$; L é o comprimento da tubulação, em m; D é o diâmetro interno da tubulação, em m.

Seguindo a metodologia de cálculo do *software* EPANET 2.0, o coeficiente de atrito “ f ” pode ser calculado segundo o regime de escoamento:

- Fórmula de Hagen-Poiseuille para regime laminar ($Re < 2000$).
- Fórmula de Swamee e Jain (Equação 6), como aproximação da fórmula de Colebrook-White para escoamento turbulento rugoso ($Re > 4000$).
- Uma interpolação cúbica, a partir do diagrama de Moody, para o escoamento turbulento de transição ($2000 < Re < 4000$).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad \text{equação (6)}$$

Onde R_e é o número de Reynolds do escoamento e ε/D é a rugosidade relativa do tubo.

Os custos de implantação e de operação da instalação incidem em tempos distintos, já que o custo de implantação é fixo e atua no início do empreendimento, enquanto que o custo energético incide ao longo da vida útil do projeto. Diante disso, deve-se amortizar o custo atual de implantação e adicionar o custo anual de energia, ou calcular o valor presente (atualizado) do custo energético, adicionando-o posteriormente ao custo fixo de implantação. Essa última alternativa foi utilizada neste trabalho.

O custo atualizado da energia é dado pelo produto entre o custo energético anual e o coeficiente de atualização da energia “ F_a ”, expresso pela Equação 7.

$$F_a = \frac{(1+e)^n - (1+i)^n}{(1+e) - (1+i)} \times \frac{1}{(1+e)^n} \quad \text{equação (7)}$$

Onde i é a taxa de juros anual, em decimal; e é a taxa de aumento anual da energia, em decimal; n é o período de amortização, em anos, que normalmente considera-se como sendo igual à vida útil da instalação ou de projeto.

Assim, o custo total do sistema de recalque (de implantação e de operação) com j sistemas de bombeamento e k tubulações de recalque é expresso pela Equação 8.

$$C_{\text{total}} = \sum_{i=1}^j \left(\frac{9,81 \left(H_{g_i} + \beta_i L_i \frac{Q_i^2}{D_i^5} \right) n_{b,p}}{\eta_i} \times F_{a_i} \right) + \sum_{i=1}^k (\lambda \cdot D \cdot L)_i \quad \text{equação (8)}$$

ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS

Os algoritmos evolucionários são técnicas numéricas de otimização e busca baseadas no processo de evolução de seres vivos e o comportamento social de animais e insetos, ou seja, técnicas de otimização inspiradas em analogias com a natureza (BRAVO, COLLISCHONN e TUCCI, 2009).

Segundo Bravo, Collischonn & Tucci (2009), um dos algoritmos evolucionários bastante utilizados em aplicações com sucesso nas áreas de recursos hídricos é o Algoritmo genético multiobjectivos, existindo diferentes aplicações, por exemplo, os Algoritmos genéticos multiobjectivos têm sido utilizados no desenho de um sistema de reservatórios de detenção (YEH e LABADIE, 1997), na determinação da taxa de remoção de cargas poluidoras (BURN e YULIANTI, 2001), na configuração ótima de plantas de potabilização da água (VINK e SCHOT, 2002) e em problemas de monitoramento de águas subterrâneas (CIENIAWSKI, EHEART e RANJITHAN, 1995).

No intuito de suprir certas limitações presentes nos métodos clássicos de cálculos de minimização ou maximização de funções objetivo, pode-se utilizar abordagens de otimização da computação evolutiva (ou evolucionária), que são baseadas em uma população de soluções. Sendo hoje uma alternativa bastante viável em diversas aplicações (AYALA e COELHO, 2007).

Neste contexto, uma abordagem interessante de ser avaliada é a de otimização por enxame (ou nuvem) de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) no dimensionamento ótimo de redes de adução de água. Segundo Ayala e Coelho (2007), a PSO apresenta características similares a técnicas da computação evolutiva constituindo uma técnica da inteligência coletiva (*swarm intelligence*) baseada em uma população de soluções e transições aleatórias.

OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS - PSO

O algoritmo Otimização por Enxame de Partículas (PSO) foi desenvolvido pelo psicólogo social James Kennedy e o engenheiro eletricitista Russel Eberhart em 1995 (KENNEDY e EBERHART, 1995). Este foi inspirado no comportamento e na dinâmica do "comportamento social" observado em muitas espécies de pássaros, insetos, cardumes de peixes e até mesmo do comportamento social humano, para tratar problemas no domínio contínuo.

No algoritmo PSO, os indivíduos da população são representados por pontos, denominados de partículas, que voam em um espaço de busca. As variações nos atributos desses pontos levam a novos pontos no espaço, ou seja, correspondem a movimentações no espaço. Uma ideia inspirada em sistemas cognitivos é a de que essas partículas tenderão a mover-se em direção umas das outras e irão influenciar umas às outras.

A maior parte dos algoritmos de PSO empregam dois princípios sócio-métricos do movimento das partículas: a melhor posição no espaço de busca já percorrida por alguma das partículas (gB) associada a todo o enxame e a melhor posição individual que cada partícula já percorreu no espaço (pB) que é associada a cada partícula do enxame. Ambas as métricas são medidas por uma função de aptidão, $f(p)$, também chamada função objetivo ou de aptidão (fitness), que corresponde à otimização do problema.

A influência exercida pelas métricas gB e pB no movimento das partículas pode ser definida por duas constantes, a saber: o fator social (ϕ_S) e o fator cognitivo (ϕ_C). O primeiro princípio conecta conceitualmente todos os membros de uma população entre si. Como consequência, o comportamento de cada partícula é influenciado pelo comportamento de todas as outras partículas. A segunda métrica (pB) cria uma vizinhança para cada indivíduo composta por ele próprio e seus vizinhos mais próximos. Além disso, a capacidade de exploração do espaço de busca pela partícula é controlada pelo fator de inércia (ω). Assim, uma partícula irá se mover em uma determinada direção que é função da posição atual $x_i(t)$, de sua velocidade $v_i(t)$, da posição da partícula que levou ao seu melhor desempenho até o momento e do melhor desempenho global do sistema até o momento (gB). A velocidade da partícula será ajustada pela Equação 9.

$$v_{i(t+1)} = \omega \times v_{i(t)} + \phi_C \times (pB - x_{i(t)}) + \phi_S \times (gB - x_{i(t)}) \quad \text{equação (9)}$$

Na qual, ϕ_1 e ϕ_2 são constantes limitadas a um intervalo finito. Kennedy e Eberhart (1995) denominaram as constantes como os componentes "cognitivo" e "social", respectivamente.

Após o cálculo da velocidade da partícula, a posição da partícula “i” na próxima iteração é estabelecida como uma influência aditiva da posição antiga e da velocidade calculada, sendo expressa pela Equação 10.

$$X_{i(t+1)} = X_{i(t)} + V_{i(t+1)} \quad \text{equação (10)}$$

Para limitar a velocidade de uma partícula, para que o sistema não extrapole o espaço de busca, são impostos limites para seus valores em cada dimensão do espaço de busca. O algoritmo PSO é executado repetidamente até que o critério de parada seja alcançado ou as mudanças nas velocidades das partículas estejam próximas do valor zero.

Fazendo-se uso desse algoritmo, foi desenvolvido um método de otimização para instalações de recalque de água, em uma única ferramenta computacional, avaliando seu desempenho com a variação do número de partículas inseridas, a fim de obter boas soluções com um menor número de iterações e/ou tempo computacional.

RESULTADOS OBTIDOS

O método de dimensionamento de tubulações de recalque proposto foi aplicado em dois estudos de caso apresentadas por Gomes (2004). Os resultados serão testados e comparados com o ótimo global encontrado por meio da busca exaustiva.

ESTUDO DE CASO 1

O sistema de recalque possui um desnível topográfico de 30 metros e uma tubulação com 2.000 metros de extensão. O valor da pressão residual no ponto de deságua é desprezível e a vazão requerida é de 40 L/s. O somatório dos coeficientes devido às perdas localizadas da tubulação é igual a 15. O rendimento esperado do conjunto motor-bomba é de 75% e a viscosidade cinemática da água a 20°C, é de $1,004 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. O preço do kWh é de R\$ 0,063, período de exploração de 30 anos. O conjunto motor-bomba operará em média 5.840 h por ano. A taxa de juros é de 12% ao ano, e o aumento anual esperado da energia é de 6%. Deverão ser utilizados tubos de PVC (rugosidade relativa de 0,02 mm), cujos preços são os adotados por Gomes (2004).

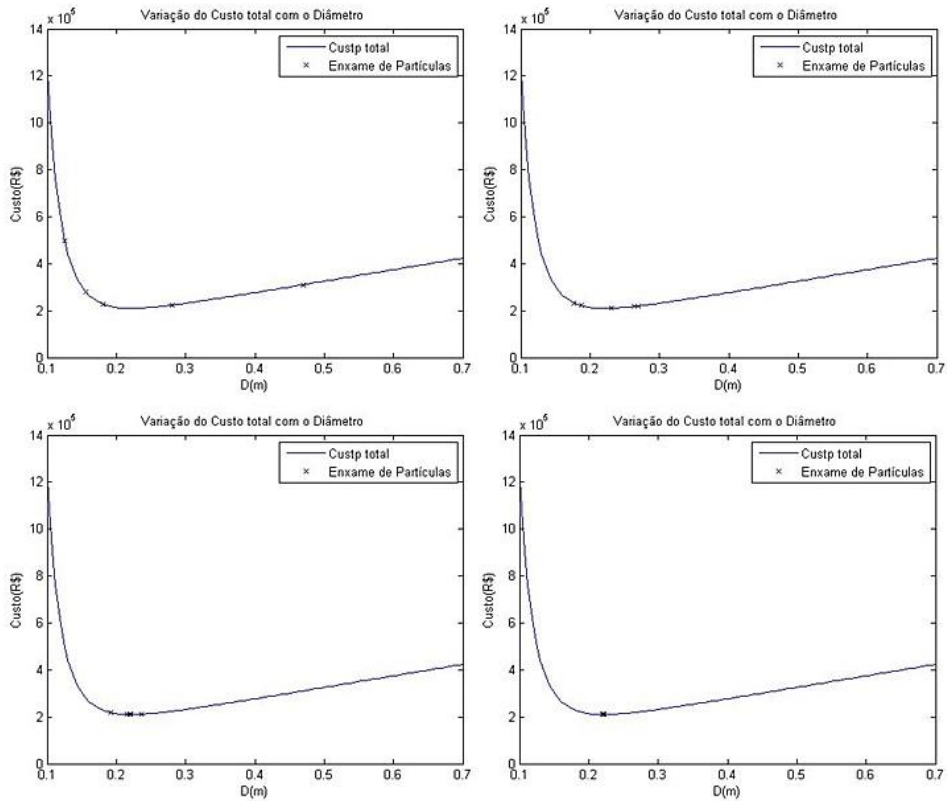
O diâmetro obtido em Gomes (2004) foi de 221 mm, o mesmo valor de diâmetro determinado pelo método PSO, independente do número de partículas atribuídas no cálculo iterativo. O método foi aplicado utilizando uma população de 100, 50, 25, 10 e 5 partículas, utilizando como critério de parada o número máximo de 100 iterações e/ou uma tolerância de 10^{-5} (para o custo total que é calculado em R\$), na solução desse problema, e coletando diversas informações a cada iteração, ver Tabela 1. Foi utilizado um computador com processador Intel i5 com 2,53 GHz e 4 GB de Memória RAM.

Tabela 1: Parâmetros Resultantes das Iterações.

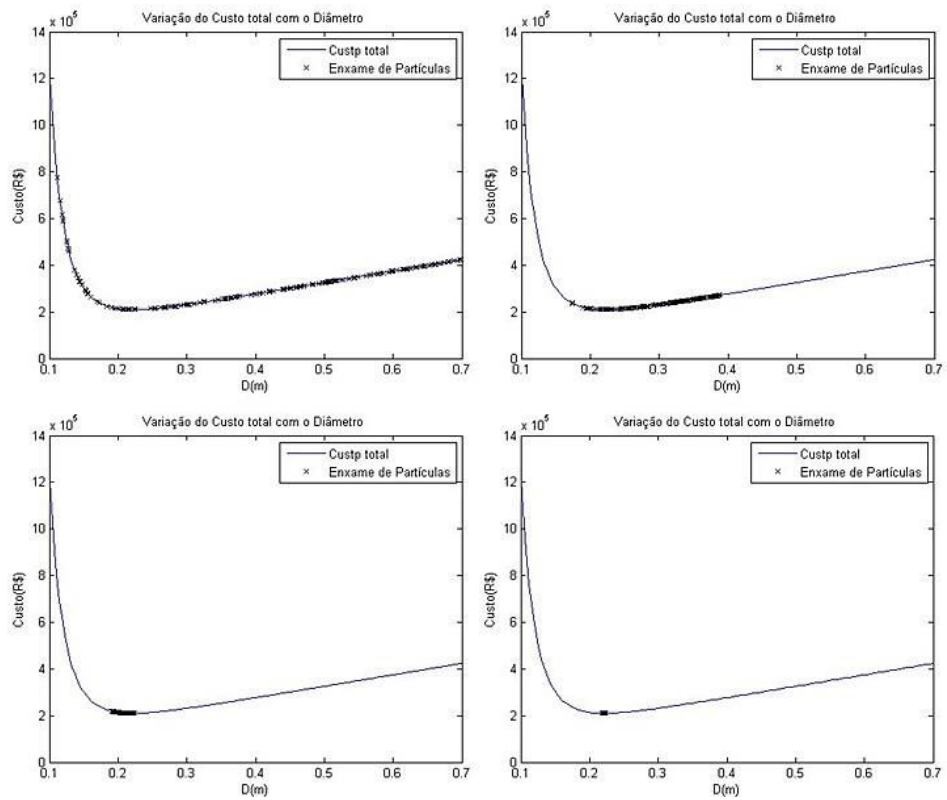
Parâmetros	Partículas					Unidades
	100	50	25	10	5	
Diâmetro	221,26	221,38	221,83	221,55	221,29	mm
Diâmetro ótimo comercial	200	200	200	200	200	mm
Custo Total	209.930,77	209.930,76	209.932,17	209.930,98	209.930,79	R\$
Número de iterações efetuadas	2	3	2	3	3	-----
Tempo de iteração	0,0853	0,0712	0,0678	0,0726	0,0703	segundos

Para melhor entendimento e interpretação dos resultados, fez-se uso de gráficos, nos quais percebemos como foi o comportamento do processo com uma população de 5 partículas (Figura 1a) inseridas e variando a suas posições no gráfico do custo total com o decorrer do tempo, com todas convergindo para o ponto de menor custo, ou seja, para o ótimo local, na qual encontra-se o valor do diâmetro ótimo.

Ao considerar uma população de 100 partículas (Figura 1b), nota-se que há uma melhor distribuição dessas no gráfico, o que favorecerá a convergência para o valor ótimo com maior rapidez, além de aumentar o campo de busca pelo menor custo presente. Caso houvesse outros valores mínimos no gráfico (mínimos locais) que não sejam necessariamente o menor valor do custo total (mínimo global), um menor número de partículas poderão se direcionar a um erro de convergência.



(a) População de 5 partículas



(b) População de 100 partículas

Figura 1: Variação do custo total do sistema de recalque em função do diâmetro

ESTUDO DE CASO 2

O estudo de caso 2 também foi apresentado por Gomes (2004). O sistema de recalque possui um desnível topográfico de 82 metros e uma tubulação com 24.190 metros de extensão. O valor da pressão residual no ponto de deságua é desprezível e a vazão requerida é de 315 L/s. O coeficiente de majoração das perdas contínuas é igual a 1,10. O rendimento esperado do conjunto motor-bomba é de 85% e a viscosidade cinemática da água a 20°C, é de $1,004 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. O preço do kWh é de R\$ 0,189, período de exploração de 30 anos. O conjunto motor-bomba operará em média 6.570 h por ano. A taxa de juros é de 12% ao ano, e o aumento anual esperado da energia é de 6%. Deverão ser utilizados tubos de ferro dúctil, Classe K7 (rugosidade relativa de 0,1 mm), cujos preços são os adotados por Gomes (2004).

O diâmetro obtido em Gomes (2004) foi de 580 mm, o valor de diâmetro determinado pelo método PSO foi de 572 mm, variando-se o número de partículas atribuídas no cálculo iterativo. O método foi aplicado utilizando uma população de 100, 50, 25, 10 e 5 partículas, utilizando como critério de parada o número máximo de 500 iterações e/ou uma tolerância de 10^{-5} (para o custo total que é calculado em R\$), na solução desse problema, e coletando diversas informações a cada iteração, ver Tabela 2. Foi utilizado um computador com processador Intel i5 com 2,53 GHz e 4 GB de Memória RAM. Caso houvesse a presença de plotagens de gráficos sucessivos, o tempo seria bem maior, chegando a 2 min para 10 partículas, tendo a tolerância como critério de parada em todos os casos.

Tabela 2: Parâmetros Resultantes das Iterações.

Parâmetros	Partículas					Unidades
	100	50	25	10	5	
Diâmetro	572,34	572,33	572,32	572,33	572,33	mm
Diâmetro ótimo comercial	600	600	600	600	600	mm
Custo Total	24394876,40	24394876,37	24394876,38	24394876,37	24394876,37	R\$
Número de iterações efetuadas	109	108	155	169	145	----- -
Tempo de iteração	42,7051	45,3848	65,6631	53,1935	59,9220	segundos

Notou-se aumento significativo do tempo de processamento em decorrência da presença de plotagens de gráficos sucessivos. Esses gráficos mostram a movimentação das partículas a cada iteração, além da tolerância, fator esse determinante como critério de parada em todos os casos. Então, aumentando a tolerância e retirando os gráficos, o tempo de iteração, conseqüentemente, diminuiu e a variação do custo total é irrisória.

Outro detalhe a ser analisado é a variação do número de partículas, que influencia diretamente no quantitativo de iterações e no tempo de processamento das iterações, havendo um aumento ou diminuição desses. Isso ocorre devido à aleatoriedade na distribuição das partículas no gráfico do custo total, propriedades presente nesse método, que favorecerá a convergência com menor custo computacional, aquela iteração que obtiver partículas mais próximas da solução geral, guiando as demais partículas para esse mesmo valor (princípio da coletividade, pelo método PSO).

CONCLUSÕES

A utilização do método PSO atingiu o objetivo esperado na obtenção do menor custo total (implantação + energia) para a implantação de sistemas adutores, isso conduziu necessariamente à escolha de uma combinação que satisfaça os pré-requisitos hidráulicos mínimos de dimensionamento, tornando um método aceitável e eficaz nesse tipo de aplicação. Todas as partículas convergem para o ponto de menor custo, na qual se encontra o valor do diâmetro ótimo.

Com relação à técnica PSO, devido à baixa complexidade do problema, a quantidade de partículas não influenciou nos resultados, onde uma pequena quantidade (5 partículas) apresentou a mesma resposta final que uma maior quantidade (100 partículas), havendo irrisórias variações no tempo de iteração, entre/dentre essas duas quantidades. Uma menor quantidade de partículas apresentará um menor custo computacional e o método garantirá o resultado com a devida tolerância aceitável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AYALA, H. V. H.; COELHO, L. S. Otimização por enxame de partículas de controle multivariável em uma aplicação de robótica de manipuladores. In: VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. 6p. Florianópolis, Santa Catarina, 2007.
2. BRAVO, J. M.; COLLISCHONN, W.; TUCCI, C. E. M.. Verificação da eficiência e eficácia de um algoritmo evolucionário multi-objetivo na calibração automática do modelo hidrológico IPH II. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 14, n. 3, p. 37-50, 2009.
3. CIENIAWSKI, S.E., EHEART, J.W., RANJITHAN, S. *Using genetic algorithms to solve a multiobjective ground water monitoring problem. Water Resources Research*, v 31, n 2, p. 399-409, 1995.
4. BURN, D.H., YULIANTI, J.S. *Waste-load allocation using genetic algorithms. Journal of Water Resources Planning and Management*, v 127, n 2, p. 121-129, 2001.
5. GOMES, H.P. Sistemas de Abastecimento de Água: Dimensionamento Econômico e Operação de Redes e Elevatórias. 2º Edição. 242p. Editora Universitária - UFPA, 2004.
6. JACOBY, S. L. S. *Design of optimal hydraulic network. Journal Hydraulic Division American Society Civil Engineering*, v. 94, n. HY3, p. 641-661, 1968.
7. KARMELLI, D., GADISH, Y., MEYERS, S. *Design of optimal water distribution networks. Journal of Pipeline Division, ASCE*, v. 94, n. 10, p. 1-10, 1968.
8. KENNEDY, J., EBERHART, R. C. *Particle Swam Optimization. In: IEEE International Conference on Neural Networks, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, N: 1942-1948, Path, Australia, 1995.*
9. LIANG, T. *Design conduit system by dynamic programming. Journal of the Hydraulics Division*, v. 97, n. HY3, p. 383-393, 1971.
10. MEDEIROS, G. F., KRIPKA, M. *Heuristic optimization methods applied in structural optimization. Revista CIATEC - UPF*, v. 4, n. 1, p. 19-32, 2012.
11. VELOSO, P.A.S., TOSCANI, L.V. Complexidade de Algoritmos: Análise, Projeto e Métodos." Editora Sagra Luzzatto, 1ª edição, 2001.
12. VINK, K., SCHOT, P. *Multiple-objective optimization of drinking water production strategies using a genetic algorithm. Water Resources Research*, v 38, n 9, 20, 2002.
13. YEH, C.H., LABADIE, J.W. *Multiobjective watershed-level planning of storm water detention systems. Journal of Water Resources Planning and Management*, v 123, n 6, p. 336-343, 1997.